

# ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

## по дисциплине «Математика»

дата 20.11.24

### Новый материал (конспект в тетрадь)

#### Тема: «Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов»

##### 1. Сумма синусов

Сумма синусов двух углов равна удвоенному произведению синуса полусуммы на косинус полуразности этих углов

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Пример:

$$\begin{aligned} \sin 75^\circ + \sin 15^\circ &= 2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2} = \\ &= 2 \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{6} \end{aligned}$$

##### 2. Разность синусов

Разность синусов двух углов равна удвоенному произведению синуса полуразности на косинус полусуммы этих углов

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Пример:

$$\begin{aligned} \sin \frac{5}{12} \pi - \sin \frac{\pi}{12} &= 2 \sin \frac{\frac{5}{12} \pi - \frac{\pi}{12}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{5}{12} \pi + \frac{\pi}{12}}{2} = \\ &= 2 \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

##### 3. Сумма косинусов

Сумма косинусов двух углов равна удвоенному произведению косинуса полусуммы на косинус полуразности этих углов

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Пример:

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ + \cos 15^\circ &= 2 \cos \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cdot \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2} = \\ &= 2 \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

#### 4. Разность косинусов

Разность косинусов двух углов равна минус удвоенному произведению синуса полусуммы на синус полуразности этих углов

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Пример:

$$\begin{aligned}\cos \frac{5}{12} \pi - \cos \frac{\pi}{12} &= -2 \sin \frac{\frac{5}{12} \pi + \frac{\pi}{12}}{2} \cdot \sin \frac{\frac{5}{12} \pi - \frac{\pi}{12}}{2} = \\ &= -2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

#### Решение задач

**Задание 1.** Упростите выражение  $\sin 24^\circ + \sin 36^\circ$

$$\sin 24^\circ + \sin 36^\circ = 2 \sin \frac{24^\circ + 36^\circ}{2} \cos \frac{24^\circ - 36^\circ}{2} = 2 \sin 30^\circ \cos(-6^\circ) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 6^\circ = \cos 6^\circ$$

**Задание 2.** Упростите выражение  $\sin 108^\circ - \sin 12^\circ$

$$\begin{aligned}\sin 108^\circ - \sin 12^\circ &= 2 \sin \frac{108^\circ - 12^\circ}{2} \cos \frac{108^\circ + 12^\circ}{2} = 2 \sin 96^\circ \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 96^\circ \\ &= \cos 6^\circ\end{aligned}$$

**Задача 3.** Представьте в виде произведения:  $\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{6}$

$$\begin{aligned}\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{6} &= 2 \cos \left( \frac{5\pi}{24} + \frac{5\pi}{12} \right) \cos \left( \frac{5\pi}{24} - \frac{5\pi}{12} \right) = 2 \cos \left( \frac{15\pi}{24} \right) \cos \left( -\frac{5\pi}{24} \right) \\ &= 2 \cos \left( \frac{15\pi}{24} \right) \cos \left( \frac{5\pi}{24} \right) = 2 \cos \left( \frac{5\pi}{8} \right) \cos \left( \frac{5\pi}{24} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \cos \alpha\end{aligned}$$

**Задача 4.** Запишите в виде произведения выражение

Так как  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , то  $\frac{1}{2} - \cos \alpha = \cos 60^\circ - \cos \alpha = -2 \sin \frac{60^\circ + \alpha}{2} \sin \frac{60^\circ - \alpha}{2}$ .

**Задача 5.** Представьте в виде произведения выражение  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta$ .

Используя определения тангенса, получаем:

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}$$

в числителе записана формула синуса суммы справа налево, значит

$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$ . По этой формуле можно находить сумму тангенсов.

**Задача 6.** Найти  $\operatorname{tg}110^\circ + \operatorname{tg}70^\circ$ .

Используем доказанное выше равенство:

$$\operatorname{tg}110^\circ + \operatorname{tg}70^\circ = \frac{\sin(110^\circ + 70^\circ)}{\cos 110^\circ \cos 70^\circ} = \frac{\sin 180^\circ}{\cos 110^\circ \cos 70^\circ} = 0.$$

**Домашнее задание:**

**1. Формулы «Сумма и разность синусов и косинусов» знать!**

$$1) \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2) \sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha - \beta}{2}\cos\frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$3) \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$4) \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

**2. Вычислить без таблиц, используя формулы для суммы и разности синусов двух углов:**

а)  $\sin 105^\circ + \sin 75^\circ$ .

б)  $\sin 105^\circ - \sin 75^\circ$ .

в)  $\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{7\pi}{12}$ .

г)  $\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{7\pi}{12}$ .

**3. Упростить данные выражения:**

а)  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ .

б)  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ .

Конспект и задания отправляем на электронную почту [oles.udalova@yandex.ru](mailto:oles.udalova@yandex.ru)